

1. Je dána funkce $f(x, y, z) = \frac{\sin(2x^3y)}{z^2 + 1}$. Spočítejte její (směrovou) derivaci v bodě $A = [2, 0, 3]$ ve směru vektoru $\mathbf{v} = (1, 2, 2)$.

(25 bodů)

2. Spočítejte objem tělesa ohraničeného zdola kuželovou plochou $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ a shora sférou $x^2 + y^2 + z^2 = 8$.

(25 bodů)

3. Spočítejte délku křivky zadané parametrickými rovnicemi: $x = \cos(2t)$, $y = \sin(2t)$ a $z = \frac{8}{3}t^{\frac{3}{2}}$, kde $t \in \langle 0, 2 \rangle$.

(25 bodů)

4. Řešte Cauchyovu úlohu

$$y'' + 2y' + y = 6te^{-t}$$

s počátečními podmínkami $y(0) = 0$ a $y'(0) = 2$. (Obě metody řešení jsou možné, lépe vychází řešení pomocí Laplaceovy transformace.)

(25 bodů)

Hodnocení: 90-100 bodů = výborně, 80-89 bodů = výborně minus, 70-79 bodů = velmi dobře, 60-69 bodů = velmi dobře minus, 50-59 bodů = dobře a 0-49 bodů neuspěl(a).