

### Příklady pro cvičení leden 2021

Nalezněte Laplaceovy obrazy funkcí:

1.  $f_1(t) = 3t^4 - 5t^3 + 8$
2.  $f_2(t) = e^{5t}$
3.  $f_3(t) = e^{-2t} \cos 5t$
4.  $f_4(t) = t \sin 5t$
5.  $f_5(t) = t^7 e^{-3t}$
6.  $g(t) = t - 1$  pro  $t \in \langle 1, 2 \rangle$ ,  $g(t) = 1$  pro  $t \in \langle 2, 3 \rangle$ ,  $g(t) = 4 - t$  pro  $t \in \langle 3, 4 \rangle$  a  $g(t) = 0$  jinak.

Pomocí zpětné Laplaceovy transformace nalezněte předměty obrazů:

1.  $F_1(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$
2.  $F_2(s) = \frac{1}{(s+2)(s-1)}$
3.  $F_3(s) = \frac{s}{(s-2)(s+3)}$
4.  $F_4(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 5}$
5.  $F_5(s) = \frac{2s - 5}{(s^2 + 1)(s - 3)}$

Pomocí Laplaceovy transformace vyřešte Cauchyovy úlohy:

1.  $y' - 2y = 1$ ,  $y(0) = -2$
2.  $y'' + 4y = 4e^{-2t}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$
3.  $y'' + y' + 4y = \cos 2t$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$
4.  $y''' + y' = e^{2t}$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y''(0) = 0$
5.  $y'' + 4y' + 8y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$
6.  $y'' + 4y = f(t)$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 4$ , kde  $f(t) = \sin t$  pro  $t \in \langle \pi, 2\pi \rangle$  a  $f(t) = 0$  pro  $t \notin \langle \pi, 2\pi \rangle$
7.  $y' - 2y = g(t)$ ,  $y(0) = -1$ , kde  $g(t) = t$  pro  $t \in \langle 0, 1 \rangle$  a  $g(t) = 1$  pro  $t \geq 1$ .
8.  $y'' + 16y = h(t)$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ , kde  $h(t) = 2 - t$  pro  $0 \leq t < 2$  a  $h(t) = 0$  pro  $2 \leq t$ .
9.  $y_1' - y_2 = 1$ ,  $y_2' + y_1 = t$ ,  $y_1(0) = 1$ ,  $y_2(0) = 0$ .