SKALÁRNÍ SOUČIN

standardní skalární součin aritmetických vektorů z $\mathbb{R}^n$:

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n), \vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = x_1 \cdot y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n \cdot y_n$$

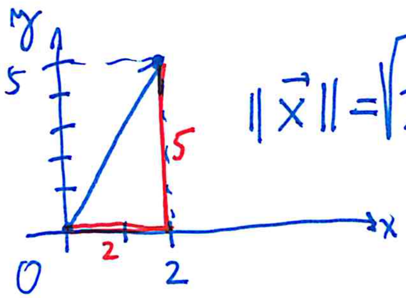
příklad v $\mathbb{R}^4$: $\vec{x} = (1, 2, 3, 4), \vec{y} = (1, 1, -2, 0)$

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = 1.1 + 2.1 + 3\cdot(-2) + 4.0 = 1 + 2 - 6 + 0 = \underline{\underline{-3}}$$

Velikost vektoru v $\mathbb{R}^n$ se skalárním součinem definujeme velikost vektoru $\vec{x}$ jako číslo

$$\|\vec{x}\| = \sqrt{\vec{x}\cdot\vec{x}}$$

v $\mathbb{R}^2$: $\vec{x} = (2,5)$



$$\|\vec{x}\| = \sqrt{2^2+5^2} = \sqrt{29}$$

$$\|\vec{x}\| = \sqrt{\vec{x}\cdot\vec{x}} = \sqrt{(2,5)\cdot(2,5)} = \sqrt{2^2+5^2} = \sqrt{29}$$

v $\mathbb{R}^4$: $\vec{y} = (1,0,2,5)$

$$\|\vec{y}\| = \sqrt{\vec{y}\cdot\vec{y}} = \sqrt{(1,0,2,5)\cdot(1,0,2,5)} = \sqrt{1^2+0^2+2^2+5^2} = \sqrt{30}$$

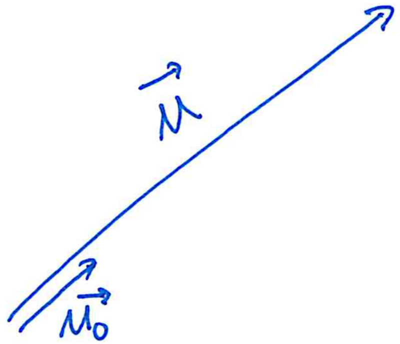
jednotkový vektor – velikost vektoru je jedna

v $\mathbb{R}^3$: $\vec{u} = (3,0,4)$ $\quad \|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u}\cdot\vec{u}} = \sqrt{3^2+0^2+4^2} = \sqrt{25} = 5$

hledáme jednotkový vektor $\vec{u_0}$ rovnoběžný s $\vec{u}$ (a stejně orientovaný)

$$\boxed{\vec{u_0} = \frac{1}{\|\vec{u}\|}\cdot\vec{u}} = \frac{1}{5}(3,0,4) = \left(\frac{3}{5},0,\frac{4}{5}\right)$$

$$\|\vec{u_0}\| = \sqrt{\vec{u_0}\cdot\vec{u_0}} = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2+0^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{25}} = \sqrt{1} = \underline{\underline{1}}$$



Odchylka nenulových vektorů $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^n$ je definována jako číslo $\varphi \in \langle 0, \pi \rangle$, pro které platí:

$$\cos\varphi = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{\|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\|}$$

Příklad v $\mathbb{R}^4$: $\vec{x} = (1,0,2,0)$

$\vec{y} = (0,3,0,4)$ a hledáme odchylku:

$$\cos\varphi = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{\|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\|} = \frac{0}{\sqrt{5} \cdot 5} = 0 \to \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 0 + 0 \cdot 4 = 0$$

$$\|\vec{x}\| = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}} = \sqrt{1^2 + 0^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{5}, \quad \|\vec{y}\| = \sqrt{\vec{y} \cdot \vec{y}} = \sqrt{0^2 + 3^2 + 0^2 + 4^2} = 5$$

Vektory $\vec{x}$ a $\vec{y}$ jsou na sebe kolmé (ortogonální), jestliže $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$.