Slovník Laplaceovy transformace, důležité vztahy a pravidla

Předmět $f(t)$	**Obraz** $F(s)$
Definice: $f(t),\ t>0$	$F(s)=\mathscr{L}\{f(t)\}=\int_0^\infty \mathrm{e}^{-st}f(t)\,\mathrm{d}t,\ s\in\mathbb{C}$
$\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\sigma_0 t}f(t)\,\mathrm{d}t$ existuje pro $\sigma_0\in\mathbb{R}$	$F(s)$ je definováno pro $\mathrm{Re}\ s>\sigma_0$
Linearita: $af(t)+bg(t),\ a,b\in\mathbb{R}$	$aF(s)+bG(s)$
Konvoluce: $f*g:=\int_0^t f(t-\tau)g(\tau)\,\mathrm{d}\tau$	**Součin:** $F(s)\cdot G(s)$
Derivace: $f'(t)$	$sF(s)-f(0+)$
$f^{(n)}(t)$	$s^nF(s)-s^{n-1}f(0+)-\ldots-f^{(n-1)}(0+)$
Integrace: $\int_0^t f(\tau)\,\mathrm{d}\tau$	$\frac{1}{s}F(s)$
$-tf(t)$	**Derivace:** $F'(s)$
$(-1)^n t^n f(t)$	$F^{(n)}(s)$
$\frac{1}{t}f(t)$	**Integrace:** $\int_s^\infty F(x)\,\mathrm{d}x$
Posunutí: $f(t-a)u(t-a),\ a>0$	$\mathrm{e}^{-as}F(s)$ | $u(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t\geq 0\end{cases}$
$\mathrm{e}^{-at}f(t)$	**Posunutí:** $F(s+a)$
Změna měřítka: $f(ct),\ c>0$	$\frac{1}{c}F\left(\frac{s}{c}\right)$
Periodická fce: $f(t+p)=f(t)$	$\frac{\int_0^p \mathrm{e}^{-st}f(t)\,\mathrm{d}t}{1-\mathrm{e}^{-ps}}$
$\lvert f(t)\rvert,\ f(t+p)=-f(t)$	$F(s)\coth\frac{ps}{2}$

$F(s)$	$f(t)$	$F(s)$	$f(t)$
1	$\delta(t)$	$\frac{s}{(s^2+a^2)^2}$	$\frac{t\sin at}{2a}$
e^{-as}	$\delta(t-a)$	$\frac{s^2}{(s^2+a^2)^2}$	$\frac{\sin at + at\cos at}{2a}$
$\frac{1}{s}$	1	$\frac{1}{(s^2+a^2)(s^2+b^2)}$	$\frac{b\sin at - a\sin bt}{ab(b^2-a^2)}$
$\frac{1}{s^2}$	t	$\frac{s}{(s^2+a^2)(s^2+b^2)}$	$\frac{\cos at - \cos bt}{b^2-a^2}$
$\frac{1}{s^n}\ (n\in\mathbb{N})$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{(s+a)^2+b^2}$	$\frac{1}{b}\,\mathrm{e}^{-at}\sin bt$
$\frac{1}{s^a}\ (a>0)$	$\frac{t^{a-1}}{\Gamma(a)}$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$	$\mathrm{e}^{-at}\cos bt$
$\frac{1}{s+a}$	e^{-at}	$\frac{1}{s^4-a^4}$	$\frac{\sinh at - \sin at}{2a^3}$
$\frac{1}{(s+a)^n}\ (n\in\mathbb{N})$	$\frac{t^{n-1}\mathrm{e}^{-at}}{(n-1)!}$	$\frac{s}{s^4+4a^4}$	$\frac{\sin at\ \sinh at}{2a^2}$
$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{\mathrm{e}^{-at}-\mathrm{e}^{-bt}}{b-a}$	$\frac{1}{\sqrt{s}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$
$\frac{1}{s^2+a^2}$	$\frac{1}{a}\sin at$	$\arctan\frac{a}{s}$	$\frac{\sin at}{t}$
$\frac{s}{s^2+a^2}$	$\cos at$	$\frac{1-\mathrm{e}^{-ks}}{s}$	$u(t)-u(t-k)$
$\frac{1}{s^2-a^2}$	$\frac{1}{a}\sinh at$	$\frac{1}{s^a}\,\mathrm{e}^{-ks}\ (a>0)$	$\frac{(t-k)^{a-1}}{\Gamma(a)}\,u(t-k)$
$\frac{s}{s^2-a^2}$	$\cosh at$	$\frac{1}{(s^2+1)(1-\mathrm{e}^{-\pi s})}$	$\frac{1}{2}(\sin t + \lvert\sin t\rvert)$
$\frac{1}{s(s^2+a^2)}$	$\frac{1-\cos at}{a^2}$	$\frac{a\coth(\frac{\pi s}{2a})}{s^2+a^2}$	$\lvert\sin at\rvert$
$\frac{1}{s^2(s^2+a^2)}$	$\frac{at-\sin at}{a^3}$	$\frac{1}{s(1+\mathrm{e}^{-as})}$	
$\frac{1}{(s^2+a^2)^2}$	$\frac{\sin at - at\cos at}{2a^3}$	$\frac{1}{s}\tanh as$	

Pozor! Vyskytuje-li se ve výrazu a a b, je vždy $a\neq 0$, $b\neq 0$ a $a^2\neq b^2$.