

Příklady pro cvičení 11. 11. 2020

1. Rozhodněte, zda je $\mathbf{a} = (3x^2y - 3y^2, x^3 - 6xy)$ potenciálové pole v E_2 .
2. Rozhodněte, zda je $\mathbf{b} = (3x^2y - z^2 + 2z, x^3 + 2yz - 3, y^2 - 2xz + 2x)$ potenciálové pole v E_3 .
3. Spočítejte

$$\int_a x dx + y^2 dy + xz dz,$$

kde a je úsečka z bodu $[0, 1, 0]$ do bodu $[4, 3, 1]$.

4. Spočítejte

$$\int_b xy dx + 3x dy,$$

kde kladně orientovaná křivka $b = b_1 + b_2$, b_1 je horní půlkružnice $x^2 + y^2 = 1$ (pro $y \geq 0$) a b_2 je úsečka z bodu $[-1, 0]$ do bodu $[1, 0]$. Počítejte jak klasicky, tak i za použití Greenovy věty.

5. Spočítejte

$$\frac{1}{2} \int_c -y dx + x dy,$$

kde c je (kladně orientovaná) asteroida $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ ($a > 0$) pro $t \in (0, 2\pi)$. Jaká je geometrická interpretace výsledku?

6. Pomocí Greenovy věty spočítejte

$$\int_d xy^2 dx + x^2 dy,$$

kde d je kladně orientovaný obvod trojúhelníka s vrcholy $[0, 0]$, $[2, 3]$ a $[2, 6]$.