

**Příklad 1.** Vypočítejte obsah množiny  $A$ , je-li:

- (a)  $A$  ohraničená křivkami  $x + y = 5$ ,  $xy = 6$ ,
- (b)  $A$  ohraničená křivkami  $y = x$ ,  $4y^3 = x^2$ ,
- (c)  $A$  uvnitř lemniskáty  $\rho^2 = 8 \cos 2\varphi$  a uvnitř kružnice  $\rho = 4 \sin \varphi$ , v 1. kvadrantu (popis v polárních souřadnicích),
- (d)  $A$  uvnitř kružnice  $\rho = 3 \cos \varphi$  a vně kružnice  $\rho = \cos \varphi$  (popis v polárních souřadnicích).

**Příklad 2.** Vypočítejte hmotnost a určete souřadnice těžiště rovinné desky  $A$  s hustotou  $h(x, y)$ , je-li:

- (a)  $A$  ohraničená osou  $x$ , přímkou  $x = 1$  a křivkou  $y = \sqrt{x}$ ,  $h(x, y) = x + y$ ,
- (b)  $A$  ohraničená kružnicí  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $a > 0$ , souřadnicovými osami, ležící v 1. kvadrantu,  $h(x, y) = xy$ ,
- (c)  $A$  ohraničená osou  $x$  a horní polovinou kružnice  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $h(x, y) = x^2 + y^2$ ,
- (d)  $A$  nad osou  $x$  a mezi kružnicemi  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  $x^2 + y^2 = b^2$ ,  $0 < a < b$ ,  $h(x, y) = x^2$ .