M2B-P, MA3 9. prosince 2019	Cvičení 9: **Plošný integrál 1. a 2. druhu**

Příklad 1. Vypočtěte obsah:

(a) části kuželové plochy $z^2 = 4x^2 + 4y^2$ ležící nad oblastí v 1. kvadrantu omezenou přímkou $y = x$ a parabolou $y = x^2$,

(b) části válcové plochy $y^2 + z^2 = 9$ nad obdélníkem $A = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq 2, -3 \leq y \leq 3\}$.

Příklad 2. Vypočtěte hmotnost plochy:

(a) trojúhelníku o vrcholech $[a, 0, 0], [0, a, 0], [0, 0, a], a > 0$, a hustotě $h(x, y, z) = k(x + y)$, $k > 0$,

(b) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ nad množinou $A = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 4\}$, je-li hustota v každém bodě rovna vzdálenosti od počátku soustavy souřadnic.

Příklad 3. Vypočtěte tok pole $\boldsymbol{a}$ plochou S, je-li:

(a) $\boldsymbol{a} = 3z\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ a S je část roviny $x + y + z = 1$ v 1. oktantu orientovaná vektorem normály směřující do poloprostoru neobsahující počátek,

(b) $\boldsymbol{a} = y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$ a S je část kuželové plochy $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ uvnitř válce $x^2 + y^2 = 1$ orientovaná vektorem normály směřující „ven z kuželu“.