jméno: **MA3–ZS 19/20–zkouška 1** **počet listů: 1+**

1. Nalezněte objem tělesa ohraničeného shora plochou $x^2 + y^2 + z^4 = 25$ a zdola rovinou $z = 0$. (Těleso leží nad rovinou $z = 0$.)

(25 bodů)

2. Určete řešení Cauchyovy úlohy $y'' + 9y = f(t)$ s poč. podmínkami $y(0) = 1$ a $y'(0) = 4$. Funkce f je definována $f(t) = \sin(t)$ pro $\pi \leq t < 2\pi$ a $f(t) = 0$ pro $t \notin \langle \pi, 2\pi)$.

(25 bodů)

3. Nalezněte řešení Cauchyovy úlohy pro soustavu

$$\mathbf{y}'(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{y}(t) + \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ -9 \end{bmatrix} e^{-2t}, \mathbf{y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Matice soustavy má vlastní číslo $\lambda_1 = 1$ s příslušným vlastním vektorem $\mathbf{u}_1 = (-2, 1, 1)$ a dvojnásobné vlastní číslo $\lambda_{2,3} = 0$ s jedním (nezávislým) vlastním vektorem $\mathbf{u}_2 = (-1, 1, 0)$.

(30 bodů)

4. Vypočítejte moment setrvačnosti křivky $\mathbf{r}(t) = t^2\mathbf{i} + (t^2 - 2)\mathbf{j} + (1 - t^2)\mathbf{k}, t \in \langle 0, 2\rangle$ vzhledem k ose z. Délková hustota křivky je $h(x, y, z) = 1$.

(20 bodů)

Hodnocení: 90-100 bodů = výborně, 80-89 bodů = výborně mínus, 70-79 bodů = velmi dobře, 60-69 bodů = velmi dobře mínus, 50-59 bodů = dobře a 0-49 = bodů neuspěl(a).