

jméno:

MA3–ZS 19/20–zkouška 2

počet listů: 1+

1. Nalezněte objem tělesa ohraničeného shora rovinou  $z = 2x$  a zdola paraboloidem  $z = x^2 + y^2$ .  
(Při výpočtu se může hodit:  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \, dx = \frac{3\pi}{8}$ .)

(25 bodů)

2. Určete řešení Cauchyovy úlohy  $y'' + 4y = f(t)$  s poč. podmínkami  $y(0) = 1$  a  $y'(0) = 0$ . Funkce  $f$  je definována  $f(t) = 2 - t$  pro  $0 \leq t < 2$  a  $f(t) = 0$  pro  $2 \leq t$ .

(25 bodů)

3. Nalezněte obecné řešení pro soustavu

$$\mathbf{y}'(t) = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix} \mathbf{y}(t) + \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} e^{-2t}.$$

Matice soustavy má vlastní číslo  $\lambda_1 = 0$  s příslušným vlastním vektorem  $\mathbf{u}_1 = (-4, -5, 2)$  a dvojnásobné vlastní číslo  $\lambda_{2,3} = 5$  s jedním (nezávislým) vlastním vektorem  $\mathbf{u}_2 = (-2, 0, 1)$ .

(30 bodů)

4. Vypočítejte moment setrvačnosti křivky  $\mathbf{r}(t) = t^2\mathbf{i} + (t^2 - 2)\mathbf{j} + (1 - t^2)\mathbf{k}$ ,  $t \in \langle 0, 2 \rangle$  vzhledem k ose  $z$ . Délková hustota křivky je  $h(x, y, z) = 1$ .

(20 bodů)

*Hodnocení: 90-100 bodů = výborně, 80-89 bodů = výborně minus, 70-79 bodů = velmi dobře, 60-69 bodů = velmi dobře minus, 50-59 bodů = dobře a 0-49 = bodů neuspěl(a).*